

Matemaatilise planeerimise vahendid *Excelis*

KIRJANDUS: Microsoft Excel. OÜ Külim, Tln 1998. Lk. 71-77.

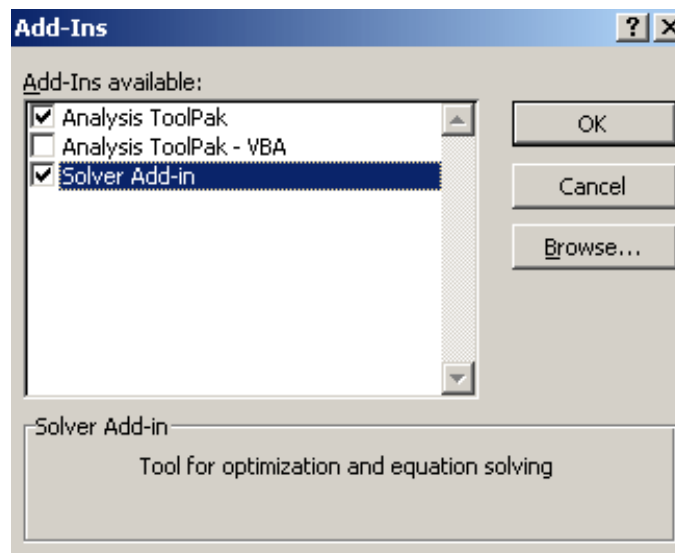
Failid asuvad aadressil <http://www.audentes.ee/~ako/>
Modelleerimine ja optimeerimine
Õppematerjalid

Lahendaja (*solver*)

Fail *LinPlan1.xls*

Microsoft Excel Solver on mugav vahend optimeerimis- ja planeerimisülesannete lahendamiseks. Selle abil on võimalik lahendada tootmise planeerimise ülesandeid, kus piiratud ressursside tingimustes on vaja saavutada maksimaalset kasumit, transpordiülesandeid (transpordikulude minimeerimine), leida sobivat hinda, koostada väärtpaberiportfelli jms.

Solver asub menüüs *Tools*. Kui menüüs sellist käsku ei ole, saab selle lisada *Tools* menüü käsuga *Add-Ins*, kusjuures ilmunud dialoogiaknas tuleb teha valik *Solver Add-in*.



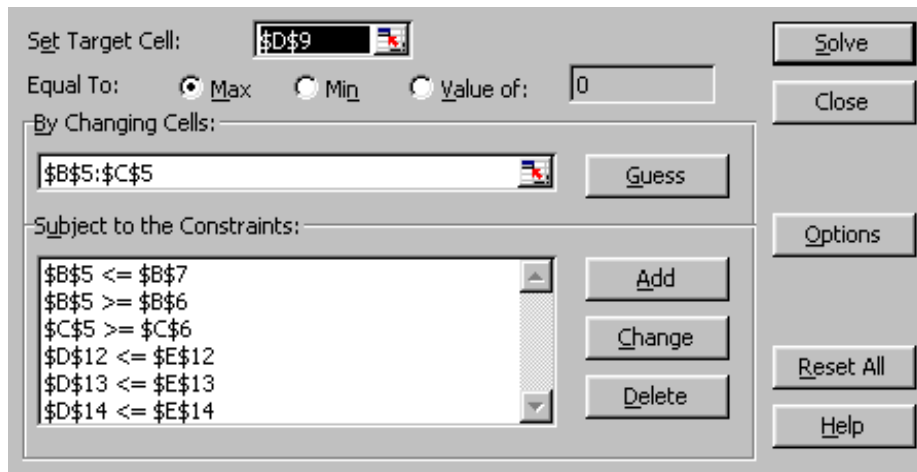
Ülesande lahendamisel vahendiga *Solver* tuleb määrata ära järgmised parameetrid:

- 1) *target cell* - sihifunktsioon, mida sa tahad maksimeerida, minimeerida või mille jaoks tahad saavutada mingit kindlat arvvaartust;
- 2) *changing cells* - muutujad, mille väärtust muutes tuleb saavutada vajalik tulemus. Muutujaid võib olla kuni 200.
- 3) *constraints* - kitsendused, millega on kas muutujatele või muudele muutujatest sõltuvatele suurustele seatud teatud piirid. Kokku võib olla kuni 500 kitsendust, 2 tükki igale muutujale pluss lisaks veel 100 kitsendust.

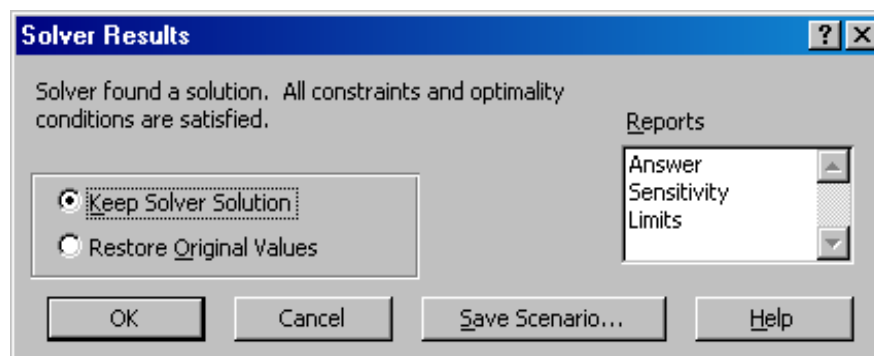
Programmiga *MS Excel* on kaasas ka mitmed näited *Solveri* kasutamise kohta, mis asuvad failis
...\Excel\Examples\Solver\solvsamp.xls

ÜLESANNE 1. Tutvumine vahendiga *Solver*

1. Salvesta fail *LinPlan1.xls* oma kataloogi.
2. Võrdle lehel "Ü1.1" toodud tabelit ülesande 1.1 tekstiga konspektis lk. 4. Pane tähele, kuidas on ülesandes toodud andmed organiseeritud *Exceli* tabelis: kus on muutujad, sihifunktsioon, kitsendused, millised valemid on veerus "Kokku".
3. Vali lahendaja *Solver* (menüüs *Tools*).



4. Avanenud aknas *Solver Parameters* uuri, kus on
 - a) viide sihifunktsioonile (*Set target cell*);
 - b) määrang, mida tuleb sihifunktsiooniga teha (maksimeerida, minimeerida) (*Equal to*);
 - c) viide muutujate lahtritele (*By Changing Cells*);
 - d) kitsendused (*Subject to the Constraints*).
5. Lahendi leidmiseks vajuta nupule "Solve".
6. Peale lahendi leidmist ilmub dialoogiaken "*Solver Results*", milles on tekst "*Solver found a solution. All constraints and optimality conditions are satisfied.*" ("Lahend on leitud. Kõik kitsendused ja optimeerimistingimused on rahuldatud."). Pakutakse võimalust lahendiga nõustumiseks (*Keep Solver Results*). Vajuta "OK".



7. Võrdle saadud lahendit graafilise meetodi abil saaduga.

Iseseisev viidete sisestamine ja lahendi leidmine.

1. Kustuta arvud muutujate lahtris (kogused).
2. Kutsu uuesti välja *Solver*.
3. Vajuta nupule "*Reset all*", mis kustutab kõik sisestatud viited.
4. Sisesta iseseisvalt vajalikud viited:
 - a) muutujate lahtrid;
 - b) sihifunktsiooni lahter;
 - c) kitsendused:
 - i. Kitsenduste sisestamiseks vali nupp "*Add*". Ilmub dialoogiaken "*Add constraint*".
 - ii. Esimese kitsenduse sisestamiseks viita real "*Cell Reference*" lahtrile, kus asub esimesele kitsendusele alluv suurus (näit. toote A kogus B5).
 - iii. Vali sobiv märk (näit suurem võrdne \geq)
 - iv. Real "*Constraint*" viita lahtrile, kus asub kitsenduse arvväärus (näit. toote A alumine piir B6)
 - v. Vajuta nupule "*Add*".
 - vi. Sisesta järgmine kitsendus ja "*Add*" jne. Peale viimase kitsenduse sisestamist vajuta "OK". Kui peale viimase kitsenduse sisestamist vajutasid kogemata "Add" ja ning jäi ette aken "*Add Constraint*", vajuta

"Cancel".

5. Peale kõigi kitsenduste sisestamist oled uuesti dialoogiaknas *Solver Parameters*. Kontrolli, kas kõik viited on õiged ja vajuta nuppu "Solve".
6. Kui tegid kõik õieti, ilmub aken "*Solver Results*" tekstiga "*Solver found a solution....*".

ÜLESANNE 2.

Ettevõtte toodab nelja toodet. Iga toote jaoks on vaja 3 tüüpi ressursi: tööjõud, materjal, kapital. Ressursside kulunormid (ressursi kulu tooteühiku kohta) iga toote jaoks ning piirkasum on toodud *Exceli* tabelis lehel ("ÜL.2"). Kokku on võimalik kasutada tööjõudu 16 ühikut, materjali 110 ühikut ja kapitali 100 ühikut. Eesmärgiks on kasumi maksimeerimine.

1. Lisa tabelisse vajalikud kitsendused ning valemid.
2. Täida ära *Solveri* parameetrid ja leia optimaalsed kogused.

Näpunäited.

1. Veerus "Kokku" võib valemi $B4*B8+C4*C8+D4*D8+E4**E8$ asemel kasutada *Exceli* funktsiooni $SUMPRODUCT(B4:E4;B8:E8)$. Kuidas peaks viitama, et võiksid seda valemit kopeerida ka teistele ridadele?
2. Aknas *Solver Parameters* vali *Options* ja märgi ära *Assume Linear-Model*. Tee ka valik *Assume Non-Negative*, sellisel juhul pole mittenegatiivsuse nõude püstitamiseks kitsendusi vaja eraldi lisada.
3. Kitsenduste lisamisel aknas *Add Constraint* ei pea iga kitsendust eraldi lisama. Kõrvuti olevatele lahtritele võid viidata kohe. Näiteks *Cell Reference* F11:F13, *Constraint* G11:G13.

Vastus: Maksimaalse kasumi saamiseks tuleb toota

1. toodet 10 ühikut;
2. toodet 0 ühikut,
3. toodet 6 ühikut,
4. toodet 0 ühikut.

Kasum on sel juhul 1320 ühikut.

Täisarvulised lahendid (diskreetsed muutujad)

Mõningate ülesannete korral on vaja, et lahendid oleksid täisarvud (*integer*). Näiteks kui toodete koguseid mõõdetakse tükikaupa, kui on vaja leida töötajate arvu jne.

ÜLESANNE 3. (Sheet ÜL.2)

Fail **Linplan1.xls**

Eelmises ülesandes tuli leida tootmisplaan nelja toote tootmiseks. Saime, et maksimaalne kasum on 1320. Oletame, et raha õnnestus juurde saada ja kapitaliressursiks on nüüd 200. Ja tootmisplaan peab olema selline, et kogused oleksid täisarvud.

1. Kustuta tabelis ära tootmiskogused.
2. Kapitaliressursi väärtuseks (lahter G13) märgi 200.
3. Kutsu välja *solver* ja leia lahend.
Toote 3 kogus tuleb 2,6666... ja toote 4 kogus 13,333. Meil on vaja aga täisarvulisi lahendeid. Selleks on vaja lisada üks kitsendus.
4. Tee aknas *Solver Results* valik *Restore Original Values* ja vajuta OK.
5. Kutsu uuesti välja *Solver* ja lisa kitsendusena tingimus, et tootmiskogused peavad olema täisarvud (*integer*). Vastava valiku saad teha aknas *Add Constraint* seal, kus on võimalik valida ka võrratuse märki.



6. Vali OK ja leia lahend.

Uueks lahendiks on:

toode 3	3 ühikut,
toode 4	13 ühikut

Parameetiline analüüs

Fail LinPlan1.xls

Parameetrilise analüüsi korral uuritakse, kuidas optimaalne lahend sõltub mõne kitsenduse väärtustest. Selleks lahendatakse ülesanne ühe kitsenduse erinevate väärtuste korral. Seda kitsendust nimetatakse siis **parameetriks**.

Märksõnad: parameetiline analüüs, stsenaariumite haldamine (*scenario manager*), lahtrite nimetamine, tulemuste graafiline esitamine.

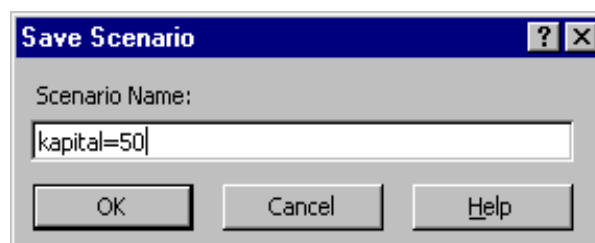
ÜLESANNE 4. (Sheet ÜL2)

Leiame, kuidas muutub eelmises ülesandes leitud optimaalne tootmisplaan finantseerimise muutudes. Selleks valime 5 erinevat kapitaliväärtust, mille korral leiame optimaalsed tootmiskogused:

Stsenaarium	1	2	3	4	5
Kapital	50	100	150	200	250

Erinevate stsenaariumite haldamiseks kasutame vahendit *Scenario manager* (*Tools/Scenarios*)

1. Kustuta tabelis ära tootmiskogused.
2. Kirjuta kapitali kitsenduseks arv 50.
3. Kutsu välja *Solver* ja leia lahend. Peale lahendi leidmist vali aknas *Solver Results* nupp **Save Scenario**
4. Stsenaariumi nimeks kirjuta näiteks kapital=50

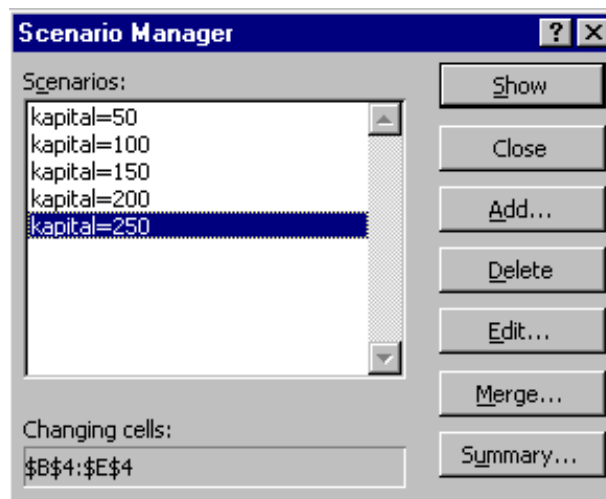


5. Aknas *Solver Results* tee valik *Restore Original Values*.

6. Vajuta OK.

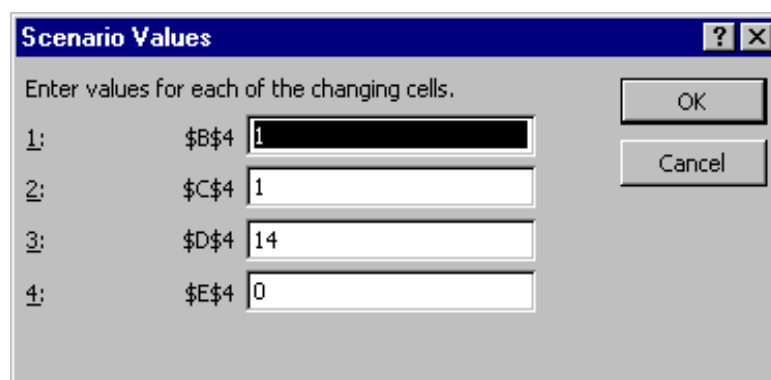
Sellela leidsid optimaalse lahendi kapitali väärtuse 50 korral ja salvestasid selle stsenaariumina "kapital=50"

7. Korda punkte 2.- 6. kõikide kapitali väärtuste jaoks.



8. Kui kõik stsenaariumid on läbi tehtud ja salvestatud, ava *Tools* menüüst **Scenarios...** Aknas *Scenario Manager* näed salvestatud stsenaariumite nimesid. Valides mõne neist välja ja vajutades nuppu *Show*, näed tabelis vastava stsenaariumi lahendit.

9. Võib-olla on vaja mõnd stsenaariumit **redigeerida**. Näiteks, kui lahendiks pidi olema täisarv (nt 1), aga stsenaariumis on salvestatud ligikaudne arv (nt 0,9999999). Siis vali *Edit*. Aknas *Edit Scenario* saad vajadusel muuta stsenaariumi nime. Vajutades OK, saad aknas *Scenario Values* muuta stsenaariumis salvestatud muutujate väärtusi.



10. Kõikide stsenaariumite vaatamiseks ja võrdlemiseks vali *Summary* ning aknas *Scenario Summary* vali OK. Genereeritakse uus leht *Scenario Summary*. Sellel lehel olev tabel peaks välja nägema selline:

Scenario Summary						
	Current Values:	kapital=50	kapital=100	kapital=150	kapital=200	kapital=250
Changing Cells:						
\$B\$4	0	10	10	1	0	0
\$C\$4	0	0	0	1	0	0
\$D\$4	0	1	6	14	3	0
\$E\$4	16	0	0	0	13	16
Result Cells:						
\$F\$8	2 080,00 kr	720,00 kr	1 320,00 kr	1 810,00 kr	2 050,00 kr	2 080,00 kr
\$F\$11	16	11	16	16	16	16
\$F\$12	48	64	84	67	51	48
\$F\$13	208	50	100	150	199	208

Korraliku ülevaate saamiseks oleks aga vaja lahtrite aadresside asemele vastavates lahtrites olevate suuruste nimetusi. Selleks on vaja neile lahtritele anda nimed ja siis genereerida uus raport.

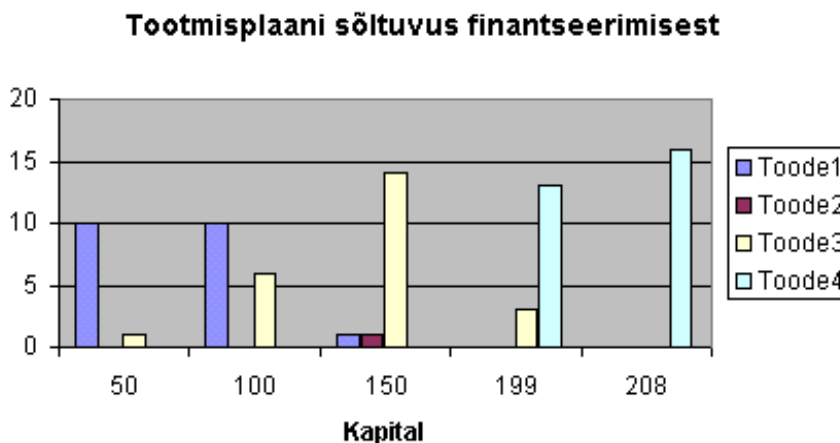
11. Mine tagasi lehele, kus asuvad ülesande andmed. Nimed tuleks anda reas "Kogus" ja veerus "KOKKU" olevatele lahtritele.

12. Mine lahtrisse B5, kus asub toote 1 koguse väärtus.
 13. Lahtrile nime andmiseks kirjuta tabeli üleval vasakus olevasse kasti *Name Box* (kus on kirjas lahtri aadress B4) tekst "Toode1" NB! Lahtri nimi ei tohi sisaldada tühikuid.
 14. Samamoodi nimeta lahtrid B5, B6 ja B7 vastavalt "Toode2", jne.
 15. Nimeta ära ka lahtrid F8 "Kasum", F11 "Tööjõud", F12 "Materjal", F13 "Kapital".
- Kontrollimiseks liigu nimetatud lahtritesse ja vaata, kas kastis *Name Box* ilmub lahtri nimi.
16. Genereeri uuesti stsenaariumite kokkuvõte (vt. punktid 8 - 10).
 17. Redigeeri tabelit, et see näeks välja nii:

Scenario Summary					
Toode1	10	10	1	0	0
Toode2	0	0	1	0	0
Toode3	1	6	14	3	0
Toode4	0	0	0	13	16
Kasum	720	1320	1810	2050	2080
Tööjõud	11	16	16	16	16
Materjal	64	84	67	51	48
Kapital	50	100	150	199	208

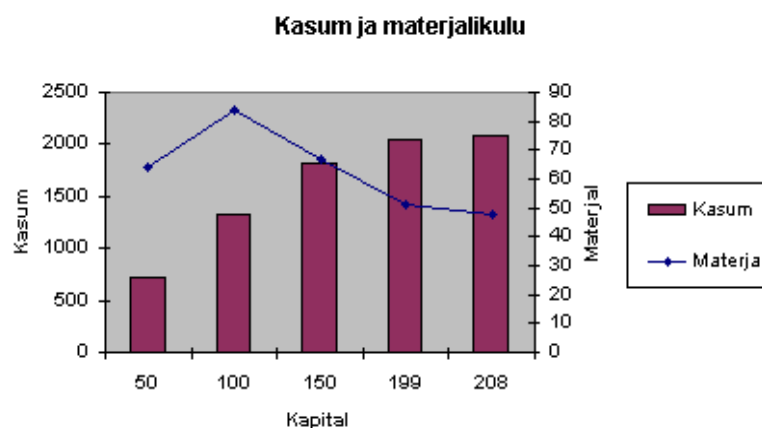
Lisaks sellisele tabelile on vajalik aga tulemused esitada ka graafiliselt, mis võimaldab visuaalselt hinnata muutusi tootmisplaanis ja teha vastavaid järeldusi.

18. Konstrueeri diagramm "Tootmisplaani sõltuvus finantseerimisest."



Millise järelduse teed?.....

19. Konstrueeri diagramm, kus oleks näidatud kasumi ja materjalikulu muutumine erineva finantseerimise korral. Kuna kasum on rahaühikutes, materjalikulu aga muudes ühikutes, tuleb kasutada sellist diagrammitüüpi, mille on kaks y-telge (*Custom Types, Line-Column*)



Millise järelduse teed?.....

Transpordiülesanne

ÜLESANNE 5. Mööblivedu tellijateni.

Fail Transpordiülesanne.xls

Mööbli müügiga tegelev firma sai tellimused neljalt erinevalt tellijalt kontorimööbli komplektidele "Kabinet1". Firmal on kolm ladu. Komplektide arv igas laos, samuti tellijate vajadused on toodud tabelis. On toodud ka ühe komplekti transpordikulud ladudest tellijateni. Tuleb leida ladudest tellijatele toimetatavate komplektide kogused, nii et rahuldatud oleks kõik tellimused. Eesmärgiks on transpordikulude minimeerimine.

B9 Summaarne saadaval olevat komplektide arv.
 H10 Tellijate vajadused kokku.

Kui summaarne pakkumine ja nõudlus on võrdsed, on transpordiülesanne **kinnine**.

Sihifunktsioon D13:G15 Ühe komplekti transpordikulud ladudest tellijateni.
 H16 Transpordikulud kokku, vaja minimeerida.
 Tundmatud D6:G8 Vastavast laost konkreetse tellijani toimetatavate komplektide arv.
 Kitsendused C6:C8 ≤ B6:B8 Ladudest väljastatavate komplektide arv peab olema väiksem või võrdne ladudes olevate mööblikomplektide arvust.
 D9:G9 = D10:G10 Iga tellijani toimetatav komplektide arv peab olema võrdne tellimuse suurusega.
 Non-Negative Vastavast laost konkreetse tellijani toimetatavate komplektide arv peab olema mittenegatiivne.

Kasutades lahendajat *solver*, leida:

1. ladudest tellijateni toimetatavate komplektide kogused:

	A	B	C	D
X				
Y				
Z				

2. Millistes piirides võib muutuda mööblikomplekti transpordikulu laost X tellijani A, et lahendi optimaalsus säiliks?

Kontrolli! (Leia optimaalne lahend nii alumise piiri kui ülemise piiri korral. Vastus peab jääma samaks.)

Tööaja planeerimine

Lineaarse planeerimise ülesandena saab formuleerida töögraafikute ja tööaja planeerimist ning kasutada siis optimaalse lahendi otsimiseks *Solverit*

ÜLESANNE 6. Kassapidajate töögraafik.

Fail ajaplaneerimine.xls

Hubert Suur omab suurt toidupoodi. Pood on avatud iga päev 9.00 - 21.00. Omaniku üheks probleemiks on kassapidajate ratsionaalne jaotamine kaupluse lahtiolekuaegade piires, nii et oleks võimalik toime tulla minimaalse töötajate arvuga.

Pikaajaliste vaatluste põhjal võib väita, et esmaspäevast neljapäevani on poe külastatavus ühesugune, erinevused ilmnevad reedeti, laupäeviti ja pühapäeviti. Hubert on jaganud päeva kolmeks neljatunniseks ajavahemikuks ja määranud kindlaks iga päeva jaoks kassapidajate minimaalse vajaduse. Arvud on toodud alljärgnevas tabelis:

Ajavahemik	E - N	R	L	P
9-13	6	3	10	4
13-17	5	8	14	12
17-21	8	4	7	6

Iga kassapidaja töögraafikus on viis järjestikust tööpäeva, iga päev kaheksa tundi (kas 9-17 või 13-21) ja siis on kaks puhkepäeva, kusjuures tööaeg (enne- või pealelõunane) on iga päev ühesugune. On vaja leida minimaalne kassapidajate arv, nii et iga päev oleks erinevatel kellaaegadel kassapidajate vajadus rahuldatud.

1. Uuri, kuidas on ülesandes püstitatud probleem esitatud Exceli tabelis.
2. Tabeli vasemas osas on kõikvõimalikud töögraafikud, mis rahuldavad ülesande tingimusi.
3. Tabeli paremas osas on kassapidajate vajadus ja lahenduse korral saadud tulemus erinevatel päevadel ja kellaaegadel. Veerg "Vajadus" on täidetud, lähtudes ülesande tekstis toodud tabelist. Need on probleemi kitsendused.
4. Pane tähele, et otsitavateks pole mitte töötajate arv mingil kindlal ajavahemikul, vaid iga konkreetse graafiku järgi töötavate kassapidajate arv (veerg D). Et saada, kui palju on kassapidajaid tööl iga päev vastaval ajavahemikul, summeeritakse kõik töötajad, kelle graafikud langevad sellesse ajavahemikku (vaata valemiteid veerus "Tulemus").
5. Veerus "Tulemus" on kolmes viimases lahtris valem puudu. Täida need lahtrid vastavate valemitega.
6. Kasutades "Solverit" leia optimaalne lahend. Arvesta sellega, et ülesanne on lineaarne ning et töötajate arv on positiivne täisarv.

Vastus: Minimaalne töötajate arv, mis rahuldab prognoositud vajadusi, on 21.

Osta või toota

ÜLESANNE 7.

Fail **osta_toota.xls**

Firma Mikrokalk toodab kahte tüüpi kalkulaatoreid: finantskalkulaatorid ja insenerikalkulaatorid.

Iga kalkulaator koosneb kolmest komponendist: korpus, elektroonika ja sõrmistik. Korpus on mõlemat tüüpi kalkulaatoritel ühesugune, elektroonika ja sõrmistik erinev. Kõiki komponente võib toota ise või osta.

Vastavad tootmiskulud ja hinnad on toodud tabelis

Komponent	Kulu ühiku kohta, kr	
	Tootmisel	Ostes
Korpus	0,50	0,60
Finantskalkulaatori elektroonika	3,75	4,00
Insenerikalulaatori elektroonika	3,30	3,90
Finantskalkulaatori sõrmistik	0,60	0,65
Finantskalkulaatori sõrmistik	0,75	0,78

Turu-uuring näitab, et nõudlus oleks 3000 finantskalkulaatorit ja 2000 insenerikalkulaatorit.

Tootmismahu piirab aga tööjõuressurs. Kalkulaatorite tootmiseks on võimalik kulutada 200 tundi normaaltööaega ja lisaks veel 50 tundi ületunnitööd. Ületunnitöö kasutamine suurendab tootmiskulusid 9 kr tunni kohta.

Vajaminev tööaeg minutites iga komponendi tootmiseks on toodud tabelis:

Komponent	Tööjõukulu ühiku kohta, min
Korpus	1,0
Finantskalkulaatori elektroonika	3,0
Insenerikalulaatori elektroonika	2,5
Finantskalkulaatori sõrmistik	1,0
Insenerikalkulaatori sõrmistik	1,5

Tuleb leida, kui palju erinevaid komponente osta ja kui palju on kasulik osta.

Dünaamiline planeerimine

Dünaamiline planeerimine võimaldab erinevate toodete tootmist planeerida teatud ajaperioodideks (nädalad, kuud) minimaalsete kuludega. Tootmisjuht peab määrama iga toote tootmismahu vastavateks perioodideks, kusjuures lisanduvad järgmised kitsendused:

- ▶ nõudluse rahuldamine;
- ▶ piirangud tootmismahule;
- ▶ tööjõu ressursi olemasolu;
- ▶ laopinna ressursi olemasolu.

Nii nõudlus kui ka muud kitsendused võivad igal ajaperioodil olla erinevad

ÜLESANNE 8.

Fail **kvartali_tootmisplaan.xls**

Bollinger Eletronic Company tarnib lennukimootrite tootjale kaht detaili 322A ja 802B. Igaks kvartaliks esitab mootorite tootja Bollingeri müügiosakonnale tellimuse, kus on ära näidatud detailide vajadus kuude kaupa. 2.kvartaliks esitatud tellimisplaan oli järgmine:

Detail	Aprill	Mai	Juuni
322A	1000	3000	5000
802B	1000	500	3000

Müügiosakonnast saadetakse tellimus tootmisosakonda ning tootmisjuht peab koostama vastava tootmisplaan. Arvestada tuleb järgmiste kulutustega

- ▶ tootmiskulud;
- ▶ säilituskulud;
- ▶ tootmismahu muutmise kulud.

Detailide tootmiskulud ühiku kohta on konstantsed: detaili 322A jaoks 20\$ ühiku kohta ja detaili 802B tootmiskulud on 10\$ ühiku kohta. Säilituskulude kohta on teada, et need moodustavad 1,5% tootmiskuludest. Säilituskulude arvutamisel eeldatakse, et kuu keskmine laovarude on ligikaudu

võrdne laovaruga kuu lõpus.

Tootmismahu muutmine nõuab iga kuu täiendavaid kulutusi, mis on tingitud tööjõu liikumisest, tööseisakutest, tootmisliinide ümberseadistamisest jms. Analüüs on näidanud, et tootmismahu suurendamine nõuab iga ühiku kohta 0,50\$ lisakulu ja vähendamine 0,20\$.

Esimese kvartali lõpu seisuga oli laos 500 detaili 322A ja 200 detaili 802B. Teise kvartali lõpuks peab lattu jääma vähemalt 400 detailil 322A ja 200 detaili 802B.

Lisaks on olemas informatsioon masintundide, tööjõuressursi ja laopinna kohta.

Kuu	Masintunnid	Tööjõud (tundides)	Laopind (m ²)
Aprill	400	300	10000
Mai	500	300	10000
Juuni	600	300	10000

Resursside vajadus erinevate detailide tootmisel

Detail	Masintunnid ühiku kohta	Tööjõud (tundi ühiku kohta)	Laopind (m ² ühiku kohta)
322A	0,1	0,05	2
802B	0,08	0,07	3

Analüüsi probleemi ja kasutades Exceli vahendit *Solver*, leia kvartali tootmisplaan (detailide hulk igal kuul), samuti kasutatavate ressursside kogus, laojääk ja kvartali kulud kokku.

ÜLESANNE 9.

Arvutifirma SilComputer on seadnud eesmärgiks rahuldada oma suuremate tellijate vajadused sülearvutite järele järgmise nelja kvartali jooksul. Praegu on laos 5000 sülearvutit. Prognoositav nõudlus sülearvutitele on I kvartalil 7000, II kv. 15000, III kv. 10000 ja IV kv. 8000. Firmal jätkub ressursse 10000 sülearvuti tootmiseks kvartalis, omahinnaga 2000\$. Kasutades ületunnitööd, on võimalik toota veel 2500 arvutit kvartalis omahinnaga 2200\$. Kui kvartalis toodetakse rohkem kui vastava kvartali nõudlus, võib ülejäägi suunata lattu, kusjuures laokulud on 100\$ arvuti kohta. Kui palju tuleks toota igas kvartalis, et vajadus oleks rahuldatud ja kulud minimaalsed?

(Andmed ja lahenduseks vajalik valemid nin paigutus tuleb Excelis ise koostada. Eelevant on aga vaja kirja panna matemaatiline mudel Näpunäide : muutujaid on kokku 11)

Ülesandeid harjutamiseks

ÜLESANNE 10.

Paberivabrikus toodetakse männipuidust kolme erinevat sorti ajalehepaberit. On võimalik kasutada kolme erinevat männipuitu. Puidu vajadus (tonnides) erinevate paberisortide jaoks, puidu ressursid ja paberi hind (tonni kohta) on toodud järgnevas tabelis

	1. sort	2. sort	3. sort	Resurss (tonni)
Männipuit A	1	2	2	180

Männipuit B	3	2	1	120
Männipuit C	2	1	1	160
Hind	12000	10000	9000	

Leida:

1. Tootmisplaani maksimaalse tulu saamiseks:

1. sort 2. sort 3. sort

2. Maksimaalne tulu on

3. Kui palju võiks tootja maksta lisatoni männipuidu C eest?

ÜLESANNE 11.

Ettevõtte võib toota nelja erinevat toodet P1, P2, P3 ja P4. Iga toodet saab toota ühes kahest tsehhist. Kuna tehniline varustatus on tsehhides erinev, on erinev ka iga toote tegemiseks kulutatav tööjõukulu. Tööjõukulu tundides on toodud tabelis:

	P1	P2	P3	P4
Tsehh 1	3	4	8	6
Tsehh 2	6	2	5	8

Kokku on mõlemas tsehhis võimalik kulutada 400 töötundi. Toodete P1, P2, P3 ja P4 piirkasumid on vastavalt 4, 6, 10 ja 9 kr toote kohta.

1. Kui palju tuleb toota igat toodet, et kasum oleks maksimaalne?

P1..... P2..... P3..... P4.....

2. Kui suur on maksimaalne kasum?

3. Millistes piirides võib muutuda toote P1 piirkasum, et optimaalne lahend jääks samaks?

.....

ÜLESANNE 12. Kaubavedu

Kolmest linnast (Cleveland, Bedford, York) toimetatakse kaupa nelja sihtkohta (Boston, Chicago, St. Louis, Lexington).

	Maksimaalne kogus
Cleveland	5000
Bedford	6000
York	2500

Kaupade vajadus sihtkohtades on järgmine:

Sihtkohad	Boston	Chicago	St. Louis	Lexington
------------------	--------	---------	-----------	-----------

Vajadus 6000 4000 2000 1500

Veokulud:

Sihtkohad	Boston	Chicago	St. Louis	Lexington
Cleveland	3		2	7
Bedford	7		5	2
York	2		5	4

Leida, kui palju kaupa tuleb igast lähtekohast igasse sihtpunkti toimetada, et kulud oleksid minimaalsed.

ÜLESANNE 13. Reklaamikampaania planeerimine.

Firma "Mega" kavandab uute taskunugade "Super" reklaamikampaaniat. On valmistatud reklaamiklipp televisiooni jaoks ja kujundatud reklaam ajalehes avaldamiseks. Reklaamiminut televisioonis maksab 600 kr ja ajalehereklaamikül 500 kr. Nüüd on vaja otsustada, kui palju kulutada kumbagi reklaamikanali peale.

Selle kauba turg jaguneb kolmeks segmentiks: noorukid, jõukad naised (vanuses 40-49) ja pensionäridest mehed. Kui suure osani igast kliendikategooriast jõuab üks reklaamiminut TV-s ja reklaamilehekül ajalehes, on toodud tabelis (arvud tuhandetes):

	Noorukid	Naised	Mehed
TV minut	5	1	3
Ajalehe lk.	2	6	5

1. Leida, mitu minutit TV reklaami ja mitu reklaamilehekülge ajalehes peaks planeerima, kui soovitakse, et reklaam jõuaks väikseimate kulutustega vähemalt 24 tuh. noorukini, 18 tuh. naiseni ja 24 tuh. meheni.

(Vastus. Ajaleht 2,5 lk ja TV 5,3 min, kogukulu 3536,8).

2. Kui eelarve on 5000 kr, kui palju tuleks kumbagi kanalit kasutada, et summaarne ostjate arv, kelleni reklaam jõuab, oleks maksimaalne? Kui aga lisada tingimus, et vähemalt 50% reklaamisihtgrupist oleks noorukid?

(Vastus: ajaleht 8,2 lk ja TV 1,5, auditoorium 119,8 tuh. Lisatingimuse korral ajaleht 0,8 lk ja TV 7,6 min, auditoorium kokku 79,7 tuh.)

Tarnijad

ÜLESANNE 14.

tarnijad.xls

Ettevõtte toodab põllumajandustehnikat. Tootmiseks vajaminevaid detaile on võimalik tarnida erinevatelt tarnijatelt. Momendil otsitakse tarnijaid kolme konkreetse detaili jaoks. Detailide vajadus:

Detail	Vajadus (tk)
1	1000
2	690
3	2500

Oma pakkumised on teinud neli tarnijat. Tabelis on kokku võetud tarnijate hinnapakumised igale detailile (hinnad on kroonides). Kui hind puudub, siis vastav tarnija seda detaili ei paku.

Tarnija	Detail		
	1	2	3
1	720	160	1750
2	680	200	1700
3	640	-	1500
4	650	150	-

Igat üksikut detaili võib tellida korraga mitmelt tarnijalt. Tuleb aga arvestada sellega, et mõned tarnijad saavad teatud detaili pakkuda vaid piiratud koguses. Detaili 2 saab tarnija 1 tarnida maksimaalselt 800 ühikut, tarnija 2 aga maksimaalselt 500 ühikut. Tarnija 3 saab maksimaalselt tarnida 300 ühikut detaili 1 ja 2000 ühikut detaili 3 ning tarnija 4 saab detaili 1 maksimaalselt tarnida 500 ühikut.

Seda tingimust, et iga detaili jaoks tuleb võtta kõige odavam pakumine, pole. Ettevõtte soovib välja selgitada, kui palju tuleks tellida igalt tarnijalt, et kogukulu oleks minimaalne ja detailide nõudlus rahuldatud.

Lisaks on tarnija 1 teatanud, et kui temalt tellitavate detailide kogumaksumus on alla 1 milj krooni, siis ei hakka ta lepingut sõlmima ühegi detaili tarnimiseks. Riskide vähendamiseks ei tohiks ühegi tarnijaga sõlmitud lepingu kogumaksumus ületada 3 milj krooni.

Lahendus

Tarnija 1 lisaklausel (minimaalne summa 1 milj kr) tingib selle, et ülesanne tuleb lahendada kahes etapis. Esimene kord koos tarnijaga 1, teine kord ilma tarnijata 1. Võrrelda minimaalseid kulusid mõlemal juhul ja siis valida sobiv variant.

Matemaatiline mudel.

Sihifunktsioon on kogukulud, mida tuleb minimeerida, sihfunktsioonis on 10 liidetavat:

$$C = 720X_{11} + 160X_{12} + \dots + 150X_{42} \rightarrow \min$$

Kitsendusi on kolme tüüpi.

1. Kitsendused koguste kohta. Seda, et tarnija 4 saab detaili 1 maksimaalselt tarnida 500 tk, kirjeldab näiteks kitsendus

$$X_{41} \leq 500$$

2. Kitsendused tarnelepingu summade kohta. Iga tarnija jaoks ei tohi lepingu kogumaksumus ületada 3 milj. kr. Näiteks tarnija 2 jaoks on kaks kitsendust

$$720X_{11} + 16X_{12} + 1750X_{13} \leq 3\,000\,000$$

$$720X_{11} + 16X_{12} + 1750X_{13} \geq 1\,000\,000$$

3. Kitsendused nõudluse kohta. Näiteks detaili 3 jaoks:

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} \geq 2500$$

Nõudluse kitsendused ei ole täpsed (“=”), võib tellida ka rohkem kui on vajadus. Seda juhul, kui on vaja saada lepingut tarnijaga 1.

Minimaalne kulu (koos tarnijaga 1) tuleb **4 650 444** kr.

Tarnija 1 kõrvaldamiseks mudelist piisab sellest, kui seame tingimuseks, et temaga sõlmitava lepingu summa peab olema täpselt 0. Selleks võib lisada ühe kitsenduse: lahtris N22 olev arv =0. Ilma tarnijata 1 tuleb kogukulu **4 633 500** kr, seega väiksem. Seega tuleb loobuda tarnijast 1 ja kasutada teist varianti.

Tööjõu kasutamise planeerimine

Tööjõu kasutamisel on mõnikord vaja tööjõudu ökonoomselt jaotada erinevate osakondade vahel. Töötajad võivad olla koolitatud erinevate tööülesannete täitmiseks või lihtsalt võib näiteks müüjaid suunata kaupluse erinevatesse osakondadesse.

ÜLESANNE 15.

tööjõu_kasutamine.xls

Firma toodab kahte toodet, A ja B, mille piirkasumid on vastavalt 10 kr ja 9 kr. Tööjõu vajadus ja olemasolu on toodud alljärgnevas tabelis

Osakond	Töötunde ühiku kohta		Töötunde kokku
	Toode A	Toode B	
1	65	95	6500
2	45	85	6000
3	100	70	7000
4	15	0,3	1400

Olgu x_A toote A kogus ja x_B toote B kogus. Püstitame probleemi matemaatilise mudeli. Sihifunktsioon (kasum)

$$10x_A + 9x_B \rightarrow \max$$

Kitsendused töötundide kasutamise kohta

$$0,65x_A + 0,95x_B \leq 6500$$

$$0,45x_A + 0,85x_B \leq 6000$$

$$1,00x_A + 0,70x_B \leq 7000$$

$$0,15x_A + 0,30x_B \leq 1400$$

Mittenegatiivsus

$$x_A, x_B \geq 0$$

Lahendada ülesanne Excelis, fail *tööjõu_kasutamine.xls* lehel *Lk1*. Lahendamisel genereerida ka *Answer Report*.

Lahend: Optimaalsed kogused: 5744 toodet A ja 1795 toodet B, kogukasum tuleb 73590 kr

Nagu lahendusest (vt ka *Answer report*) näha, on osakondades 1 ja 2 tööjõu ülejääk. Seda tööjõudu võiks kasutada teistes osakondades. Alljärgnevas tabelis on toodud võimalikud variandid tööjõu ümberpaigutamiseks osakondade vahel.

Osakond, millest on võimalik üle viia	Millisesse osakonda on võimalik üle viia				Maksimaalne ülekantavate töötundide arv
	1	2	3	4	
1	-	jaa	jaa	-	400
2	-	-	jaa	jaa	800
3	-	-	-	jaa	100
4	jaa	jaa	-	-	200

Kui on võimalik tööjõu liikumine osakondade vahel, siis me ei tea, kui palju töötunde on optimaalne ühes või teises osakonnas kasutada ja kui palju on optimaalne üle kanda. Seepärast on vaja sisse tuua uued muutujad:

b_{ij} - töötundide arv i -ndas osakonnas peale tööjõu liikumist, $i=1, 2, 3, 4$

t_{ij} - ülekantavate töötundide arv osakonnast i osakonda j

Kitsendused tööjõu kasutamise kohta näevad nüüd välja järgmiselt:

$$0,65x_A + 0,95x_B \leq b_1$$

$$0,45x_A + 0,85x_B \leq b_2$$

$$1,00x_A + 0,70x_B \leq b_3$$

$$0,15x_A + 0,30x_B \leq b_4$$

Töötundide arv igas osakonnas peale tööjõu liikumist

$b_i =$ algne töötundide arv osakonnas i

+ juurde tulnud töötundide arv

- mujale kantud töötundide arv

Kitsendused osakondade kaupa

$$b_1 = 6500 + \sum_i t_{i1} - \sum_j t_{1j}$$

$$b_2 = 6000 + \sum_i t_{i2} - \sum_j t_{2j}$$

$$b_3 = 7000 + \sum_i t_{i3} - \sum_j t_{3j}$$

$$b_4 = 1400 + \sum_i t_{i4} - \sum_j t_{4j}$$

Need kitsendused tuleb ümber kirjutada kujul

$$b_1 - \sum_i t_{i1} + \sum_j t_{1j} = 6500$$

$$b_2 - \sum_i t_{i2} + \sum_j t_{2j} = 6000$$

$$b_3 - \sum_i t_{i3} + \sum_j t_{3j} = 7000$$

$$b_4 - \sum_i t_{i4} + \sum_j t_{4j} = 1400$$

Eespool tootud tabelist üleviimise võimalikkuse kohta näeme, et osa muutujaid on nullid:

$$t_{11}, t_{14}, t_{21}, t_{22}, t_{31}, t_{32}, t_{33}, t_{43}, t_{44} = 0$$

Kitsendused, mis piiravad tööjõu liikumist (maksimaalne ülekantavate töötundide arv):

$$\sum_j t_{1j} \leq 400$$

$$\sum_j t_{2j} \leq 800$$

$$\sum_j t_{3j} \leq 100$$

$$\sum_j t_{4j} \leq 200$$

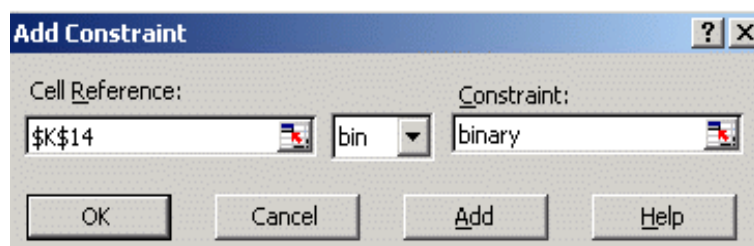
Mittenegatiivsuse nõue

$$x_A, x_B, b_i, t_{ij} \geq 0$$

Antud probleemi matemaatiline püstitus sisaldab 2 tootmismahu kirjeldavat muutujat, 4 muutujat, mis kirjeldavad kasutatavate töötundide arvu osakondades ja 7 tööjõu ülekandmist kirjeldavat Peale mudeli andmete sisestamist Excelisse (*Lk2*) ja optimaalse lahendi leidmist on näha, et uus kasumi väärtus on 84011 kr, seega kasum suurenes 10421 kr võrra.

Kahendmuutujate kasutamine

Kahendmuutujaks (*binary*) nimetatakse muutujat, mis võib omada vaid kahte väärtust: 0 või 1. Exceli Solveris saab kitsenduse lisamise aknas *Add Constraint* määrata, et teatud lahtris peab olema kahendmuutuja.



ÜLESANNE 16. Projektide valik

Fail projekti_valik.xls

On võimalik valida viie pikaajalise investeerimisprojekti vahel, kõigi finantseerimine kestab viis aastat. Projektide finantseerimisvajadused aastate kaupa on toodud. Lisaks on teada, kui suur on iga projekti pealt saadava tulu olevikuväärtus (NPV- *Net Present Value*). Leida selline projektide kombinatsioon, mille korral summaarne tulu olevikuväärtus on maksimaalne, arvestades olemasolevat kapitaliressurssi igal aastal.

Märkus: Pead arvestama sellega, et ülesande püstitus on lineaarne ning lahendid saavad omada vaid väärtusi 0 või 1.

ÜLESANNE 17. Fikseeritud kulud

Firma RMC toodab erinevaid keemiatooteid. Vaatluse alla on kolm toodet: kütuselisand, mida kasutavad kütusefirmad erinevat marki kütuste tootmisel ning lahusti ja puhastusvedelik, mida kasutavad kodukeemiatooted tootvad firmad. Kütuselisandi tootmisel on piirkasum 400 kr tonni kohta, lahusti jaoks on piirkasum 300 kr tonni kohta ja puhastusvedeliku jaoks 500 kr/t.

Tootmisel kasutatakse kolme erinevat toorainet, mille kulu tonnides 1 tonni vastava toote tootmiseks on toodud tabelis

Toode	Tooraine 1	Tooraine 2	Tooraine 3
Kütuselisand	4	0	6
Lahusti	5	2	3
Puhastusvedelik	6	1	3

Tooraineressursid on järgnevad

Tooraine	Maksimaalne kulu, t
Tooraine 1	20
Tooraine 2	5
Tooraine 3	21

Probleemi matemaatiline püstitus.

Muutujad

- x_K - kütuselisandi kogus tonnides,
- x_L - lahusti kogus tonnides,
- x_P - puhastusvedeliku kogus tonnides.

Sihifunktsioon

$$400 x_K + 300 x_L + 500 x_P \rightarrow \max$$

Kitsendused (tooraine maksimaalne kogus)

$$\begin{aligned} 0,4x_K + 0,5x_L + 0,6x_P &\leq 20 \\ 0,2x_L + 0,1x_P &\leq 5 \\ 0,6x_K + 0,3x_L + 0,3x_P &\leq 21 \end{aligned}$$

Mittenegatiivsuse nõue

$$x_K, x_L, x_P \geq 0$$

Lahenda püstitatud probleem Excelis.

Lahend: Optimaalne tootmisplaan on 27,5 tonni kütuselisandit ja 15 tonni puhastusvedelikku, kasumiks tuleb 18500 kr

Ülesande lahendi uurimisel leidis tootmise planeerimise osakonna juhataja aga, et arvesse ei olnud võetud seadistuskulusid: tööjõukulu erinevate filtrite paigaldamiseks vastavate toodete tootmisel, samuti segamis- ja pakendamisseadmete häälestamiseks. Kütuselisandi tootmisel on seadistuskulud 2000 kr, lahusti tootmisel 500 kr ja puhastusvedeliku tootmisel 4000 kr.

Koosta uus sihifunktsioon ja kitsendused, ning lahenda probleem, kasutades järgmisi kahendmuutujaid:

$y_K = 0$	kütuselisandit ei toodeta
$y_K = 1$	kütuselisandit toodetakse
$y_L = 0$	lahustit ei toodeta
$y_L = 1$	lahustit toodetakse
$y_P = 0$	puhastusvedelikku ei toodeta
$y_P = 1$	puhastusvedelikku toodetakse

Lahend: Optimaalseks tootmisplaaniks tuleb 25 tonni kütuselisandit ja 20 tonni lahustit.

ÜLESANNE 18.

Juku peab plaani, kuidas suvel raha teenida. Ta võib pügada muru ja iga murulapi pügamise eest saab Juku 100 kr. Keskmiselt võtab murulapi pügamine aega 1 tund, kaasaarvatud edasi-tagasi sõit. Muruniidukit Jukul ei ole, aga seda on võimalik osta 2000 kr eest. Iga murulapi pügamiseks kulub kütust 1.50 kr eest.

Teine võimalus on hekkisid pügada. Mootoriga hekipügaja maksab 1200 kr. Heki pügamiseks kulub kütust 50 senti eest ja iga klient maksab talle heki hooldamise eest 80 kr. Heki hooldamiseks kulub aega 1 tund. Juku prognoosib, et linnakeses on 100 klienti, kes soovivad lasta muru pügada, iga klient 10 korda suve jooksul. Heki pügamist telliks tema arvates 300 klienti, kelle juures tuleks käia 2 korda suve jooksul.

Raha teenimiseks kavatseb Juku kulutada 400 tundi terve suve kohta. Kumma töö peaks Juku valima?

Formuleerida lineaarse planeerimise ülesandena ja lahendada see.

Harjutusülesanded

ÜLESANNE 19.

AS Frandec toodab ehitajatele vajalikke töövahendeid ja seadmeid. Ühe konkreetse tõstuki tootmiseks on vajalikud järgmised komponendid: raam, mootor, 2 posti ja tross. Järgmisel kuul on vaja toota 500 tõstukit. Raame, poste ja trossi võib nii ise toota kui ka tellida teistelt firmadelt, mootoreid ise toota pole võimalik. Kulud vastavate komponentide tootmisel ja ostmisel on järgmised:

	Raam	Post	Tross
Tootmiskulud, kr/tk	380	115	65
Ostukulud, kr/tk	510	150	75

Erinevate tehnoloogiliste protsessidega (materjali lõikamine, monteerimine, viimistlemine) tegeleb kolm erinevat osakonda. Tööjõukulu ja tööjõu limiidid osakondade kaupa:

	Raam	Post	Tross	Maksimaalne võimalik, h
Materjali lõikamine, min/tk	35	13	8	350
Monteerimine, min/tk	22	17		420
Viimistlemine, min/tk	31	26	17,8	680

Eesmärgiks on leida selline tootmis- ja tellimisplaan, nii et nõudlus oleks täidetud ja kulud minimaalsed.

Vastus: Minimaalsed kulud 368065

ÜLESANNE 20.

Kaubaveoga tegeleval lennukompaniil on tänaste lendude planeerimiseks võimalik kasutada kolme tüüpi lennukuid A, B ja C, kusjuures A tüüpi lennukuid on 8 tk, B tüüpi 15 tk ja C tüüpi 11 tk. A tüüpi lennuk võib peale võtta 45 tonni kaupa, B tüüpi 7 tonni ja C tüüpi 5 tonni. Linna N on vaja toimetada 200 tonni kaupa ja linna M 280 tonni. Iga lennuk saab teha maksimaalselt ühe lennu päevas.

Veokulud on järgmised:

	Lennuk A	Lennuk B	Lennuk C
Linn N	23	15	1,4
Linn M	58	20	3,8

Leida, mitu lennukit igast tüübist tuleb saata kummassegi linna, et veokulud oleksid minimaalsed.

Vastus: Minimaalsed kulud 550,8

ÜLESANNE 21.

Uue toote reklaamimiseks planeeritakse reklaamikampaaniat. Kampaania viiakse läbi, kasutades televisiooni, raadiot ja ajakirjandust. Prognoositav auditoorium, kulud ühele reklaamile ja maksimaalne reklaamide arv iga kanali jaoks on toodud tabelis.

	TV	Raadio	Ajakirjandus
Prognoositav auditoorium, tuh. 1 reklaami kohta	100	18	40
Kulu, tuh. kr reklaami kohta	20	3	6
Maksimaalne võimalik reklaamide arv	10	20	10

Lisaks soovib reklaamifirma, et raadioreklaam ei tohiks ületada 50% summaarsest reklaamist ja televisioonis peaks olema vähemalt 10% summaarsest reklaamist.

Kokku on võimalik kulutada 182 tuh kr. Leida, kui palju tuleks kasutada igat reklaamikanalit, et maksimeerida auditooriumi.

Vastus: Maksimaalne prognoositav auditoorium 1 milj 52 tuh.

ÜLESANNE 22.

Ootamatu töökoormuse suurenemise tõttu on firmal vaja viieks päevaks võtta ajutisi töötajaid. Iga ajutine töötaja saab töötada kas kaks järjestikust või kolm järjestikust päeva. 1., 3. ja 5. päeval on vaja vähemalt 10 töötajat ning 2. ja 4. päeval vähemalt 15 töötajat. Töötajale, kes töötab kaks järjestikust päeva, makstakse 125 kr päevas ja töötajale, kes töötab kolm päeva, makstakse 100 kr päevas. Eesmärgiks on minimeerida tööjõukulusid.

Vastus: Minimaalsed kulud 6750 kr, töötajate arv 25

ÜLESANNE 23.

Autofirma Tucker peab tootma 1000 autot. Firmal on neli erinevat tehast. Kuna kasutatakse erinevat tööjõudu, tehniline tase erinev jne, on autode tootmise omahind tehastes erinev. Samuti on erinev tööjõukulu ja materjalikulu. Vastavad andmed on toodud alljärgnevas tabelis:

Tehas	Omahind (tuh kr)	Tööjõud, h	Materjal
1	15	2	3
2	10	3	4
3	9	4	5
4	7	5	6

Töölepingutega on määratud, et tehases nr 3 peab tootma vähemalt 400 autot. Kõigis tehastes kokku on võimalik kasutada 3300 töötundi ja 4000 ühikut materjali.

Leida, kui palju autosid tuleb toota igas tehases, et kulud oleksid minimaalsed ja kõik kitsendused täidetud.

Vastus: Minimaalsed kulud 11 600 kr

ÜLESANNE 24.

Leivatehase üks jaoskond valmistab kamajahu ja kahte liiki viljakohvi (K1 ja K2). Jaoskonnale saab nimetatud toodete valmistamiseks eraldada kuni 6 tonni rukist, kuni 1,2 tonni otra ning piisavalt muid lisandeid (naturaalkohvi, sigureid jne.). Kavandatud on toota nii kamajahu kui ka kohvi (mõlemat kohvisorti kokku) kumbagi vähemalt 14 400 krooni eest kvartalis, kusjuures kamajahu, kohvi K1 ja kohvi K2 ühe tonni hind on vastavalt 3200, 4500 ja 4250 krooni. Kamajahu peab sisaldama 25% rukist ja 15% otra, kohv K1 40% rukist ja 10% otra ning kohv K2 65% rukist. Leida leivatehase jaoskonnale selline tootmisplaan, mille puhul käive oleks maksimaalne.

Vastus Maksimaalne käive 56 169 kr

ÜLESANNE 25.

Tabelis on toodud müügiprognoos neljaks kuuks (tuh.tk)

oktoober	10
november	16
detsember	10
jaanuar	12

Septembrikuu toodang oli 12 tuh. ühikut. Tehnoloogiast tingituna toob tootmismahu muutmine kaasa lisakulusid: tootmismahu suurendamisele järgneval kuul on lisakulu 2 kr ühiku kohta ja tootmismahu vähendamisele tekitab lisakulu 0,5 kr ühiku kohta. Ülejäägi võib panna lattu ning laokulud on 1 kr ühiku kohta. Septembri lõpus oli ladu tühi. Ka jaanuari lõpuks peab ladu tühi olema.

Eesmärgiks on sellise tootmisplaani leidmine, mille korral on nõudlus rahuldatud ja kogukulud minimaalsed.

Vastus: Minimaalne kulu 7000

ÜLESANNE 26.

Ettevõttel on kolm tehas erinevates linnades. Konkreetset toodet müüakse viiele erinevale hulgimüüjale. Järgmise kuu tellimused hulgimüüjatelt HM1 kuni HM5 on vastavalt 2800, 3450, 9000, 4500 ja 5000 tk. Tehase A tootmisvõimsus on 4500 tk kuus, tehases B 9000 tk kuus ja tehases C 11250 tk kuus. Tootmiskulud tüki kohta on tehastes erinevad, vastavalt 200 kr, 100 kr ja 180 kr. Transpordikulud erinevatest tehastest kõikide hulgimüüjateni on toodud tabelis:

	HM 1	HM 2	HM 3	HM 4	HM 5
Tehas A	50	70	110	150	160
Tehas B	80	60	100	120	150
Tehas C	100	90	90	100	160

Leia, kui palju tuleb igast tehasest saata erinevatele hulgimüüjatele, nii et kogukulud oleksid minimaalsed

Vastus Kogukulud 6 221 500

Harjutusülesanded Lineaarne planeerimine

ÜLESANNE 27.

Bindley Corporation omab ühe aasta pikkust tarnelepingut pesumasinate mootorite tarnimiseks pesumasinate tootjale Rinso Ltd. Rinso tootmisüksused paiknevad neljas erinevas linnas: New York, Fort Worth, San Diego ja Minneapolis. Vajadus mootorite järgi on neis linnades järgmine

New York	50000
Fort Worth	70000
San Diego	60000
Minneapolis	80000

Bindley Corporation omab kolme ettevõtet, mis toodavad mootoreid. Need asuvad kolme erinevas linnas ning tabelis on toodud ka vastavad tootmisvõimsused:

Boulder	100000
Macon	100000
Gary	150000

Tootmiskulud ja transpordikulud on erinevad ning seetõttu iga 1000 mootori pealt saadav kasum sõltub sellest, kus partii toodeti ja kuhu saadeti (partii miinimumkogus on 1000 mootorit). Bindley finantsanalüütiku poolt on saadud järgmised arvud (kasum dollarites 1000 ühiku kohta):

	New York	Fort Worth	San Diego	Minneapolis
Boulder	7	11	8	13
Macon	20	17	12	10
Gary	8	18	13	16

Koostada selline tarneskeem, et kasum oleks maksimaalne.

Vastus: Maksimaalne kasum 4 milj 240 tuh \$

ÜLESANNE 28.

Ettevõtte toodab nelja toodet (1, 2, 3 ja 4) kahel tootmisliinil. Ajakulu (minutites) vastava toote valmistamiseks ühel või teisel liinil:

Toode	Tootmisliin X	Tootmisliin Y
1	10	27
2	12	19
3	13	33
4	8	23

Kasumit annavad tooted 1, 2, 3 ja 4 vastavalt 10, 12, 17 ja 8 ühikut. Tehnoloogia on selline, et toote 1 valmistamiseks läheb vaja mõlemat tootmisliini, st algul läbib see liini X ja siis liini Y. Ülejäänud tooted saab täielikult valmis kas ainult liinil X või siis ainult liinil Y.

Ettevõtte on väike ja laopind valmistoodangu hoidmiseks piiratud. Ühe nädala toodang peab mahtuma

50 m²-le, kusjuures toodete 1, 2, 3, ja 4 vajadus laopinna järele on vastavalt 0,1; 0,15; 0,5 ja 0,05 ruutmeetrit.

Lepingupartner, kes toodangu ära ostab, nõuab, et toote 3 kogus oleks seotud toote 2 kogusega. Ühe nädala kohta peab toote 3 kogus olema võrdne kahekordse toote 2 kogusega.

Peab arvestama veel sellega, et liin X seisab ligikaudu 5% tööajast (hooldus, seadistamine) ja liin Y 7% tööajast. Töönädala pikkus on 35 tundi.

Koosta optimaalne tootmisplaan, nii et kasum oleks maksimaalne.

Vastus: Nädalane kasum tuleb 3170 ühikut.

ÜLESANNE 29.

Transpordilennukil on kauba paigutamiseks kolm ruumi: ees, keskel ja taga. Igal ruumil on piirangud nii kogukaalu kui ka ruumala suhtes:

Asukoht	Maksimaalne kaal, tonni	Maksimaalne mahutavus, m ³
Ees	10	6800
Keskel	16	8700
Taga	8	5300

Lisaks sellele on lennuki tasakaalus hoidmiseks vaja, et kauba kaalujaotus ees, taga ja keskel oleks selline, nagu on kaalujaotused, st 10:16:8.

Lennukile on võimalik laadida nelja erinevat kaupa

Kaup	Maksimaalne kogus, t	Kaaluühiku maht, m ³ /t	Kasum tonni kohta, kr
K1	18	480	310
K2	15	650	380
K3	23	580	350
K4	12	390	285

Eesmärgiks on leida, mitu tonni igat kaupa tuleks peale laadida ja mismoodi kaup jaotada, et kaubaveolt saadav kasum oleks maksimaalne. Kaup ei pea olema täistonnides.

Vastus: Maksimaalne kasum 12151,58 ühikut.

Keemiatehase tootmisjuhul on vaja jaotada töölised erinevatesse vahetustesse. Tehas töötab ööpäev läbi kolmes vahetuses: öine (00:00-08:00); päevane (08:00-16:00) ja õhtune (16:00-24:00). Tööliste vajadus vahetuste lõikes on toodud tabelis

	E	T	K	N	R	L	P
Öine	5	3	2	4	3	2	2
Päevane	7	8	9	5	7	2	5
Õhtune	9	10	10	7	11	2	2

Kollektiivlepinguga on kehtestatud järgmised tingimused:

1. Iga tööline töötab kas ainult öises, ainult päevases või ainult õhtuses vahetuses. Keelatud on muuta vahetust.
2. Igal töölisel on neli järjestikust tööpäeva ja siis 3 järjestikust puhkepäeva

Leida minimaalne töötajate arv, mis läheb vaja, et vajadus oleks kaetud.

Vastus Minimaalne töötajate arv on 33.